Modul Kuliah ke 13
Statistik

Experimental Design and Analysis of Variance

Kompetensi:

Setelah membaca modul kuliah ini, diharapkan mahasiswa mampu:

a. Memahami cara membandingkan data dengan ANOVA
b. Mencari penyelesaian pada perbandingan data dengan ANOVA
c. Menarik kesimpulan hipotesis dan membuat tabel ANOVA

I. Pengenalan Rancangan Experimental dan *Analysis of Variance*

Pada pembahasan ini memperkenalkan tiga jenis desain eksperimental: desain random lengkap, desain blok random, dan percobaan faktorial. Untuk setiap desain menunjukkan bagaimana prosedur statistik yang disebut analisis varians (ANOVA) dapat digunakan untuk menganalisis data yang tersedia. ANOVA juga dapat digunakan untuk menganalisis data yang diperoleh melalui sebuah studi observasional. Sebagai contoh, kita akan melihat bahwa prosedur ANOVA digunakan dalam desain eksperimental yang sepenuhnya random juga berfungsi untuk menguji kesetaraan dari tiga atau lebih banyak populasi ketika data diperoleh melalui studi observasi. Kita akan melihat bahwa ANOVA memainkan peran kunci dalam menganalisis hasil studi regresi yang melibatkan data eksperimental dan observasi.

Anova adalah sebuah analisis statistik yang menguji perbedaan rerata antar grup. Grup disini bisa berarti kelompok atau jenis perlakuan. Anova ditemukan dan diperkenalkan oleh seorang ahli statistik bernama Ronald Fisher. Anova dapat menguji perbedaan lebih dari dua kelompok.

Anova digunakan sebagai alat analisis untuk menguji hipotesis penelitian yang mana menilai adakah perbedaan rerata antara kelompok. Hasil akhir dari analisis ANOVA adalah nilai F test atau F hitung. Nilai F Hitung ini yang nantinya akan dibandingkan dengan nilai pada tabel f. Jika nilai f hitung lebih dari f tabel, maka dapat disimpulkan bahwa menerima H_1 dan menolak H_0 atau yang berarti ada perbedaan bermakna rerata pada semua kelompok.

Kita dapat menggunakan analisis ANOVA untuk membandingkan varian di atas dua populasi dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$

H_a: Tidak semua mean populasi adalah sama

Dimana:

μ_j = mean dari populasi j

Asumsi dengan sampel random sederhana berukuran n_j telah dipilih dari masing-masing k populasi yang mendapat perlakuan. Untuk data sampel yang dihasilkan, maka definisi variabel dapat dilihat seperti berikut:

x_{ij} = nilai dari observasi i untuk perlakuan (treatment) j

n_j = jumlah observasi untuk perlakuan (treatment) j

$\bar{x}_j$ = sample mean untuk perlakuan (treatment) j

s_j^2 = sample variance untuk perlakuan (treatment) j

s_j = sample standar deviasi untuk perlakuan (treatment) j

Rumus untuk sample mean dan sample variance untuk treatment j adalah:

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}}{n_j}$$

$$s_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n_j - 1}$$

Rata-rata sample mean ditulis dengan $\bar{\bar{x}}$ adalah jumlah dari sample mean dibagi jumlah data observasi, rumusnya adalah sebagai berikut:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}}{n_T}$$

Dimana:

$n_T = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$

Jika jumlah dari masing-masing sample n adalah n_T =kn, maka rumus $\bar{\bar{x}}$ adalah:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}}{kn} = \frac{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}/n}{k} = \frac{\sum_{j=1}^{k} \bar{x}_j}{k}$$

II. Estimasi Between-Treatments pada Varian Populasi

Dalam between-treatments pada populasi kita dapat mengestimasi yang disebut dengan *mean square due to treatments* yang dinotasikan dengan MSTR. Secara umum rumus yang digunakan untuk menghitung MSTR adalah:

$$MSTR = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_j (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2}{k - 1}$$

Pembilang yang atas pada rumus tersebut disebut sum of squares due to treatments yang dinotasikan dengan SSTR. Sedangkan penyebutnya yang bawah (k – 1) disebut rumus degrees of freedom (df) untuk SSTR, maka rumusnya dapat menjadi seperti berikut:

$$MSTR = \frac{SSTR}{k - 1}$$

$$SSTR = \sum_{j=1}^{k} n_j(\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2$$

III. Within-Treatments Estimate of Population Variance

Dalam within-treatments pada populasi kita dapat mengestimasi yang disebut dengan mean square due to error yang dinotasikan dengan MSE. Secara umum rumus yang digunakan untuk menghitung MSE adalah:

$$MSE = \frac{\sum_{j=1}^{k}(n_j - 1)s_j^2}{n_T - k}$$

Pembilang yang atas pada rumus tersebut disebut *sum of squares due to error* yang dinotasikan dengan SSE. Sedangkan penyebutnya yang bawah (n_T - k) disebut rumus degrees of freedom (df) untuk SSE, maka rumusnya dapat menjadi seperti berikut:

$$MSE = \frac{SSE}{n_T - k}$$

$$SSE = \sum_{j=1}^{k}(n_j - 1)s_j^2$$

IV. Comparing the Variance Estimates: The F Test

Jika hipotesis nol benar, MSTR dan MSE memberikan dua perkiraan independen dan tidak bias pada s^2. Berdasarkan materi yang dibahas sebelumnya kita tahu bahwa untuk populasi normal, distribusi sampling dari rasio dua estimasi independen s^2 mengikuti distribusi F. karenanya, jika hipotesis nol itu benar dan asumsi ANOVA valid, maka distribusi sampling MSTR / MSE adalah distribusi F dengan derajat ketinggian pembilang (df numerator) = (k - 1) dan derajat ketinggian penyebut (denumerator) = (nt – k). Dengan kata lain, jika hipotesis nol benar, nilai MSTR / MSE adalah distribusi F.

Jika hipotesis nol salah, nilai MSTR / MSE akan meningkat karena MSTR menaikan nilai s^2. Oleh karena itu, kami akan menolak H_0 jika nilai yang dihasilkan dari MSTR /MSE terlalu besar untuk dipilih menjadi distribusi F dengan derajat ketinggian pembilang (df numerator) = (k - 1) dan derajat ketinggian penyebut (denumerator) = (nt – k). Karena keputusan untuk menolak H_0 didasarkan pada nilai MSTR / MSE.

Tes statistik yang digunakan untuk menguji persamaan mean populasi k adalah sebagai berikut:

$$F = \frac{MSTR}{MSE}$$

Dimana:

Distribusi F dengan (k – 1) df numerator dan (n_T – k) df denomerator. Tabel distribusi F dapat digunakan untuk mencari nilai p-value.

Langkah untuk analisis ANOVA adalah sebagai berikut:

1. Tentukan persaaan hipotesisnya:

   H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$

   H_a: Tidak semua mean populasi adalah sama

2. Tes statistik:

$$F = \frac{MSTR}{MSE}$$

3. Aturan Penolakan hipotesis
   - Pendekatan p-value : Tolak H_0 jika p-value $\leq \alpha$
   - Pendekatan Kritikal : Tolak H_0 jika $F \geq F_\alpha$

   Dimana : Distribusi F dengan df numerator = (k – 1) dan df denumerator = (n_T - k)

Tabel ANOVA dapat dibuat seperti berikut:

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F	p-value
Treatments	SSTR	k - 1	$MSTR = \frac{SSTR}{k-1}$	$\frac{MSTR}{MSE}$	
Error	SSE	n_T - k	$MSE = \frac{SSE}{n_T - k}$		
Total	SST	n_T – 1			

Dari tabel di atas SST adalah total sum of squares dengan rumusnya adalah:

SST= SSTR + SSE

Rumus SST dengan komponen data, maka :

$$SST = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2$$

Contoh 1

Sebuah perusahaan Chemitech mengembangkan sistem penyaringan baru untuk pasokan air ke kota. Komponen untuk sistem penyaringan baru akan dibeli dari beberapa pemasok, dan Chemitech akan merakit komponen di pabriknya. Bagian engineering bertanggung jawab untuk menentukan metode perakitan sistem penyaringan terbaik. Setelah mempertimbangan metode penyaringan dari beberapa pemasok, ada tiga alternatif metode yang dapat dipilih dalam sistem penyaringan tersebut yaitu metode A, metode B dan metode C. Dari ketiga metode tersebut berbeda dalam urutan langkah yang digunakan untuk merakit sistem tersebut. Manajer di Chemitech ingin menentukan metode perakitan mana yang dapat menghasilkan jumlah terbesar sistem penyaringan per minggunya.

Kasus pada sebuah perusahaan Chemitech, karyawan akan diinstruksikan bagaimana melakukan metode perakitan yang ditugaskan kepada mereka dalam mulai merakit sistem penyaringan baru menggunakan metode baru. Data yang diperoleh pada ketiga metode tersebut yaitu jumlah sample mean yang diproduksi menggunakan metode A adalah 62, sample mean menggunakan metode B adalah 66, dan sample mean menggunakan metode C adalah 52. Masalah sebenarnya adalah apakah ketiga sampel yang diamati emang berbeda untuk kita dapat menyimpulkan dengan menggunakan data populasi sesuai dengan tiga metode secara perakitan apakah berbeda. Untuk menulis pertanyaan ini dalam istilah statistik, kita menuliskan sebagai berikut:

μ_1 = jumlah mean dari unit yang diproduksi menggunakan metode A per minggu

μ_2 = jumlah mean dari unit yang diproduksi menggunakan metode B per minggu

μ_3 = jumlah mean dari unit yang diproduksi menggunakan metode C per minggu

Data yang diperoleh dari ketiga metode tersebut dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Tabel 1.Studi kasus contoh 1

	Metode A	**Metode B**	**Metode C**
	58	58	48
	64	69	57
	55	71	59
	66	64	47
	67	68	49
Sample mean ($\bar{x}$)	62	66	52
Sample Varian (s^2)	27,5	26,5	31
Sample standar deviasi (s)	5,244	5,148	5,568

Dari kasus tersebut ujilah ANOVA ketiga metode tersebut dengan level signifikasi α = 0,05.

Jawaban

Diketahui:

$\bar{x}_1$ = 62, $\bar{x}_2$ = 66, $\bar{x}_3$ = 52

s_1^2 = 27,5 s_2^2 = 26,5 s_3^2 = 31

s_1 = 5,244 s_2 = 5,148 s_3 = 5,568

n_1 = 5 n_2 = 5 n_3 = 5

a. Hipotesis pada kasus di atas adalah sebagai berikut:

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

H_a: Tidak semua populasi mean adalah sama

b. Untuk mecari rata-rata dari mean sample pada data kasus tersebut adalah seperti berikut:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{62 + 66 + 52}{3} = 60$$

c. Untuk mecari SSTR mean sample pada data kasus tersebut adalah seperti berikut:

$$SSTR = \sum_{j=1}^{k} n_j (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2$$

$$SSTR = 5(62 - 60)^2 + 5(66 - 60)^2 + 5(52 - 60)^2 = 520$$

d. Untuk mecari MSTR mean sample pada data kasus tersebut adalah seperti berikut:

$$MSTR = \frac{SSTR}{k - 1}$$

$$MSTR = \frac{520}{3 - 1} = \frac{520}{2} = 260$$

e. Untuk mecari SSE mean sample pada data kasus tersebut adalah seperti berikut:

$$SSE = \sum_{j=1}^{k} (n_j - 1) s_j^2$$

$$SSE = (5 - 1)27{,}5 + (5 - 1)26{,}5 + (5 - 1)31 = 340$$

f. Untuk mecari MSE mean sample pada data kasus tersebut adalah seperti berikut:

$$MSE = \frac{SSE}{n_T - k} = \frac{340}{15 - 3} = \frac{340}{12} = 28{,}33$$

g. Hasil menghitung tes statistik rumus di atas adalah sebagai berikut:

$$F = \frac{MSTR}{MSE} = \frac{260}{28{,}33} = 9{,}18$$

h. Menguji hipotesis dengan pendekatan p-value dan kritikal.

1) Pendekatan p-value :

Hasil F = 9,18 dengan

df numerator = k - 1 = 3 -1 = 2

df denumerator = n_T – k = 15 – 3 = 12

Dengan menggunakan tabel distribusi F, maka :

Nilai p-value = dibawah 0,01

Hasil pada tabel F dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Denominator Degrees of Freedom	Area in Upper Tail	Numerator Degrees of Freedom		
		1	2	3
11	.10	3.23	2.86	2.66
	.05	4.84	3.98	3.59
	.025	6.72	5.26	4.63
	.01	9.65	7.21	6.22
12	.10	3.18	2.81	2.61
	.05	4.75	3.89	3.49
	.025	6.55	5.10	4.47
	.01	9.33	6.93	5.95

9,18

Uji p-value dengan α = 0,05

Tolak H_0 jika p-value ≤ α

Apakah p-value ≤ α

Apakah dibawah 0,01 ≤ 0,05

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji p-value adalah H_0 ditolak.

2) Pendekatan kritikal :

α = 0,05, dengan

df numerator = k - 1 = 3 -1 = 2

df denumerator = n_T – k = 15 – 3 = 12

maka nilai dari Fα dapat dilihat pada tabel F berikut:

Denominator Degrees of Freedom	Area in Upper Tail	Numerator Degrees of Freedom		
		1	2	3
11	.10	3.23	2.86	2.66
	.05	4.84	3.98	3.59
	.025	6.72	5.26	4.63
	.01	9.65	7.21	6.22
12	.10	3.18	2.81	2.61
	.05	4.75	3.89	3.49
	.025	6.55	5.10	4.47
	.01	9.33	6.93	5.95

Dari tabel di atas dapat kita peroleh bahwa nilai $F\alpha$ = 4,75
Uji kritikalnya sebagai berikut:
Tolak H_0 jika $F \geq F\alpha$
Apakah $F \geq F\alpha$
Apakah $9{,}18 \geq 4{,}75$

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji kritikal adalah H_0 ditolak.

Kesimpulan dari uji p-value dan uji ktritikal menghasilkan kesimpulan yang sama dan konsisten dengan hasilnya adalah H_0 ditolak. Artinya Tidak semua populasi memiliki mean populasi yang sama, artinya ada mean populasi yang berbeda.

i. Tabel ANOVA pada kasus tersebut adalah sebagai berikut:

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F	p-value
Treatments	SSTR	k - 1	$MSTR = \frac{SSTR}{k-1}$	$\frac{MSTR}{MSE}$	
Error	SSE	n_T - k	$MSE = \frac{SSE}{n_T - k}$		
Total	SST	n_T – 1			

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F	p-value
Treatments	520	2	260	9,18	0,01
Error	340	12	28,33		
Total	860	14			

j. Untuk mencari SST pada kasus tersebut adalah sebagai berikut:

SST = SSTR + SSE
SST = 520 + 340 = 860

V. Prosedur Perbandingan Multiple Fisher’s LSD

Ketika kita menggunakan analisis varian untuk menguji apakah rata-rata populasi k sama dengan hasil penolakan terhadap hipotesis nol, maka kita untuk menyimpulkan bahwa populasi tidak semua sama. Dalam beberapa kasus kami ingin mengetahui lebih jauh dan menentukan di mana perbedaannya. Tujuan dari bagian ini adalah untuk menunjukkan prosedur perbandingan yang dapat digunakan untuk melakukan perbandingan statistik antara dua populasi. Untuk membandingkan berapa besar perbedaan antara dua populasi, kita dapat menggunakan prosedur *Fisher’s least significant difference* (LSD).

Prosedur Fisher's LSD dapat dilihat seperti berikut ini:

1. Tentukan hipotesisnya adalah :

   H_0: $\mu_i = \mu_j$
   H_a: $\mu_i \neq \mu_j$

2. Tes Statistik :

$$t = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}}$$

3. Aturan Penolakan :
   - Pendekatan p-value : Tolak H_0 jika p-value $\leq \alpha$
   - Pendekatan Kritikal : Tolak H_0 jika $t \leq -t_{\alpha/2}$ atau $t \geq t_{\alpha/2}$

     Dimana:

     Nilai dari $t_{\alpha/2}$ berdasarkan pada distribusi t dengan df = n_T - k

Prosedur Fisher's LSD berdasarkan tes statistik $\bar{x}_i - \bar{x}_j$

1. Hipotesisnya adalah :

   H_0: $\mu_i = \mu_j$
   H_a: $\mu_i \neq \mu_j$

2. Tes Statistik:

   $\bar{x}_i - \bar{x}_j$

3. Aturan Penolakan pada level signifikasi α:

   Tolak H0 jika $|\bar{x}_i - \bar{x}_j| \geq$ LSD

   Dimana:

$$LSD = t_{\alpha/2}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

Contoh 2

Hasil dari contoh 1, manajer ingin mengetahui perbandingan berapa besar nilai perbedaan pada masing-masing metode A, metode B, dan metode C. Dari studi kasus tersebut, buatlah prosedur

Fisher's LSD untuk mengetahui perbedaan atau persamaan antara dua populasinya dengan level signifikasi α = 0,05!

Jawaban

Diketahui:

Metode A	Metode B	Metode C
$\bar{x}_1$ = 62,	$\bar{x}_2$ = 66,	$\bar{x}_3$ = 52
n_1 = 5	n_2 = 5	n_3 = 5

MSE = 28,33 α = 0,05

1. Membandingkan Metode A dan Metode B
   a. Membandingkan Metode A dan Metode B dengan Prosedur Fisher's LSD adalah:
      1) Hipotesisnya:
         H_0: $\mu_A = \mu_B$
         H_a: $\mu_A \neq \mu_B$

      2) Tes Statistik:

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}} = \frac{62 - 66}{\sqrt{28{,}33\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)}} = -1{,}19$$

      3) Aturan Penolakan dengan α = 0,05:
         - Pendekatan p-value :
           Hasil tes statistik t = -1,19 dengan
           df = n_T - k = 15 – 3 = 12
           Dengan menggunakan tabel distribusi t dan menggunakan dua sisi (two tailed) maka :
           Nilai p-value = 2(0,20 sampai 0,10) = 0,40 sampai 0,20
           Hasil pada tabel t dapat dilihat pada tabel di bawah ini dengan tanda negatif pada nilai t di absolutkan:

Area in Upper Tail	**.20**	**.10**	**.05**	**.025**	**.01**	**.005**
***t* Value (12 *df*)**	.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055

$t = 1.19$

Uji p-value dengan α = 0,05

Tolak H_0 jika p-value ≤ α

Apakah p-value ≤ α

Apakah 0,40 – 0,20 ≤ 0,05

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang salah, maka kesimpulan uji p-value adalah H_0 diterima. Artinya mean populasi A dan populasi B adalah sama.

- Pendekatan kritikal :
  α = 0,05, dengan
  df = $n_T - k = 15 - 3 = 12$
  maka nilai dari t_α dapat dilihat pada tabel t berikut:

Area in Upper Tail	.20	.10	.05	.025	.01	.005
t Value (12 *df*)	.873	1.356	$\boxed{1.782}$	2.179	2.681	3.055

  Dari tabel di atas dapat kita peroleh bahwa nilai t_α = 1,782
  Uji kritikalnya sebagai berikut:
  Tolak H_0 jika $-t \leq -t_\alpha$
  Apakah $-t \geq -t_\alpha$
  Apakah $-1{,}19 \leq -1{,}782$

  Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang salah, maka kesimpulan uji kritikal adalah H_0 diterima.

  Kesimpulan dari uji p-value dan uji ktritikal menghasilkan kesimpulan yang sama dan konsisten dengan hasilnya adalah H_0 diterima. Artinya kedua populasi memiliki mean populasi yang sama.

b. Prosedur Fisher's LSD berdasarkan tes statistik $\bar{x}_A - \bar{x}_B$
   1) Hipotesisnya adalah :
      H_0: $\mu_A = \mu_B$
      H_a: $\mu_A \neq \mu_B$

   2) Tes Statistik:

      $\bar{x}_A - \bar{x}_B$ = 62 – 66 = -4

   3) Aturan Penolakan H_0 dengan $\alpha/2$ = 0,025 adalah:

$$LSD = t_{\alpha/2}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)} = t_{0,025}\sqrt{28{,}33\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)} = 7{,}34$$

      Tolak H_0 jika $|\bar{x}_A - \bar{x}_B| \geq$ LSD
      Tolak H_0 jika $|62 - 66| \geq 7{,}34$
      Tolak H_0 jika $|\ 4\ | \geq 7{,}34$
      Apakah $4 \geq 7{,}34$
      Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang salah, maka kesimpulan uji Fisher's LSD adalah H_0 diterima. Artinya mean populasi A dan populasi B adalah sama

Kesimpulan dari uji prosedur Fisher's LSD dan uji prosedur Fisher's LSD berdasarkan tes statistik menghasilkan kesimpulan yang sama dan konsisten dengan hasilnya adalah H_0 diterima. Artinya populasi A dengan populasi B memiliki mean populasi yang sama.

2. Membandingkan Metode A dan Metode C
   a. Membandingkan Metode A dan Metode C dengan Prosedur Fisher's LSD adalah:
      1) Hipotesisnya:
         H_0: $\mu_A = \mu_C$
         H_a: $\mu_A \neq \mu_C$

      2) Tes Statistik:

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_C}{\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_C}\right)}} = \frac{62 - 52}{\sqrt{28{,}33\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)}} = 2.97$$

      3) Aturan Penolakan dengan $\alpha = 0{,}05$:
         - Pendekatan p-value :
           Hasil tes statistik $t = 2{,}97$ dengan
           df = n_T - k = 15 – 3 = 12
           Dengan menggunakan tabel distribusi t dan menggunakan dua sisi (two tailed) maka :
           Nilai p-value = 2(0,01 sampai 0,005) = 0,02 sampai 0,01
           Hasil pada tabel t dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Area in Upper Tail	**.20**	**.10**	**.05**	**.025**	**.01**	**.005**
***t* Value (12 *df*)**	.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055

2,97

           Uji p-value dengan $\alpha = 0{,}05$
           Tolak H_0 jika p-value $\leq \alpha$
           Apakah p-value $\leq$ α
           Apakah 0,02 – 0,01 $\leq$ 0,05
           Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji p-value adalah H_0 ditolak. Artinya mean populasi A dan populasi B adalah tidak sama.
         - Pendekatan kritikal :
           $\alpha = 0{,}05$, dengan
           df = n_T – k = 15 – 3 = 12
           maka nilai dari t_α dapat dilihat pada tabel t berikut:

Area in Upper Tail	**.20**	**.10**	**.05**	**.025**	**.01**	**.005**
***t* Value (12 *df*)**	.873	1.356	$\boxed{1.782}$	2.179	2.681	3.055

           Dari tabel di atas dapat kita peroleh bahwa nilai t_α = 1,782
           Uji kritikalnya sebagai berikut:
           Tolak H_0 jika $t \geq t_\alpha$
           Apakah $t \geq t_\alpha$
           Apakah $2{,}97 \geq 1{,}782$

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji kritikal adalah H_0 ditolak.

Kesimpulan dari uji p-value dan uji ktritikal menghasilkan kesimpulan yang sama dan konsisten dengan hasilnya adalah H_0 ditolak. Artinya kedua populasi A dan populasi C memiliki mean populasi yang tidak sama.

b. Prosedur Fisher's LSD berdasarkan tes statistik $\bar{x}_A - \bar{x}_C$

1) Hipotesisnya adalah :

H_0: $\mu_A = \mu_C$
H_a: $\mu_A \neq \mu_C$

2) Tes Statistik:

$\bar{x}_A - \bar{x}_C = 62 - 52 = 10$

3) Aturan Penolakan H_0 dengan $\alpha/2 = 0{,}025$ adalah:

$$LSD = t_{\alpha/2}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)} = t_{0{,}025}\sqrt{28{,}33\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)} = 7{,}34$$

Tolak H_0 jika $|\bar{x}_A - \bar{x}_C| \geq LSD$
Tolak H_0 jika $|62 - 52| \geq 7{,}34$
Tolak H_0 jika $|\ 10\ | \geq 7{,}34$
Apakah $10 \geq 7{,}34$

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji Fisher's LSD adalah H_0 ditolak. Artinya mean populasi A dan populasi C adalah tidak sama.

Kesimpulan dari uji prosedur Fisher's LSD dan uji prosedur Fisher's LSD berdasarkan tes statistik menghasilkan kesimpulan yang sama dan konsisten dengan hasilnya adalah H_0 ditolak. Artinya populasi A dengan populasi C memiliki mean populasi yang tidak sama.

3. Membandingkan Metode B dan Metode C

a. Membandingkan Metode B dan Metode C dengan Prosedur Fisher's LSD adalah:

1) Hipotesisnya:

H_0: $\mu_B = \mu_C$
H_a: $\mu_B \neq \mu_C$

2) Tes Statistik:

$$t = \frac{\bar{x}_B - \bar{x}_C}{\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_B} + \frac{1}{n_C}\right)}} = \frac{66 - 52}{\sqrt{28{,}33\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)}} = 4.159$$

3) Aturan Penolakan dengan $\alpha = 0{,}05$:

- Pendekatan p-value :
  Hasil tes statistik $t = 4{,}159$ dengan
  df = n_T - k = 15 – 3 = 12
  Dengan menggunakan tabel distribusi t dan menggunakan dua sisi (two tailed) maka :
  Nilai p-value = 2(0,005) = dibawah 0,01
  Hasil pada tabel t dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Area in Upper Tail	**.20**	**.10**	**.05**	**.025**	**.01**	**.005**
***t* Value (12 *df*)**	.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055

4,159

Uji p-value dengan $\alpha = 0{,}05$
Tolak H_0 jika p-value $\leq \alpha$
Apakah p-value $\leq$ α
Apakah dibawah 0,01 $\leq$ 0,05
Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji p-value adalah H_0 ditolak. Artinya mean populasi B dan populasi C adalah tidak sama.

- Pendekatan kritikal :
  $\alpha = 0{,}05$, dengan
  df = n_T – k = 15 – 3 = 12
  maka nilai dari t_α dapat dilihat pada tabel t berikut:

Area in Upper Tail	**.20**	**.10**	**.05**	**.025**	**.01**	**.005**
***t* Value (12 *df*)**	.873	1.356	$\boxed{1.782}$	2.179	2.681	3.055

Dari tabel di atas dapat kita peroleh bahwa nilai t_α = 1,782
Uji kritikalnya sebagai berikut:
Tolak H_0 jika $t \geq t_\alpha$
Apakah $t \geq t_\alpha$
Apakah $4{,}159 \geq 1{,}782$

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji kritikal adalah H_0 ditolak.

Kesimpulan dari uji p-value dan uji ktritikal menghasilkan kesimpulan yang sama dan konsisten dengan hasilnya adalah H_0 ditolak. Artinya kedua populasi B dan populasi C memiliki mean populasi yang tidak sama.

a. Prosedur Fisher's LSD berdasarkan tes statistik $\bar{x}_B - \bar{x}_C$

4) Hipotesisnya adalah :

H_0: $\mu_B = \mu_C$
H_a: $\mu_B \neq \mu_C$

5) Tes Statistik:

$\bar{x}_B - \bar{x}_C$ = 66 – 52 = 14

6) Aturan Penolakan H_0 dengan α/2 = 0,025 adalah:

$$LSD = t_{\alpha/2}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)} = t_{0,025}\sqrt{28,33\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)} = 7,34$$

Tolak H_0 jika $|\bar{x}_B - \bar{x}_C| \geq$ LSD
Tolak H_0 jika |66 - 52| ≥ 7,34
Tolak H_0 jika | 14 | ≥ 7,34
Apakah 14 ≥ 7,34
Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji Fisher's LSD adalah H_0 ditolak. Artinya mean populasi B dan populasi C adalah tidak sama.

Kesimpulan dari uji prosedur Fisher's LSD dan uji prosedur Fisher's LSD berdasarkan tes statistik menghasilkan kesimpulan yang sama dan konsisten dengan hasilnya adalah H_0 ditolak. Artinya populasi B dengan populasi C memiliki mean populasi yang tidak sama.

Daftar Pustaka

Statistics for Business and Economics (13e)" Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran 2017, Cengage Learning

https://www.statistikian.com/2017/06/anova-sebagai-analisis-statistik.html