

Modul Kuliah ke 14 Statistik
Simple Linear Regression

Kompetensi:

Setelah membaca modul kuliah ini, diharapkan mahasiswa mampu:

- a. Memahami konsep regresi linier sederhana
- b. Mencari penyelesaian pada regresi linier sederhana
- c. Menarik kesimpulan hipotesis pada regresi linier sederhana

I. Pengenalan Konsep Regresi Linier Sederhana

Keputusan manajerial sering didasarkan pada hubungan antara dua variabel atau lebih. Misalnya, setelah mempertimbangkan hubungan antara pengeluaran iklan dan penjualan, seorang manajer pemasaran mungkin berusaha untuk memprediksi penjualan untuk tingkat pengeluaran iklan tertentu. Terkadang seorang manajer akan mengandalkan intuisi untuk menilai bagaimana dua variabel terkait. Namun, jika data dapat diperoleh, prosedur statistik yang disebut analisis regresi dapat digunakan untuk mengembangkan persamaan yang menunjukkan bagaimana hubungan antar variabel tersebut.

Dalam terminologi regresi, variabel yang diprediksi disebut variabel dependen. Variabel yang digunakan untuk memprediksi nilai variabel dependen disebut variabel independen. Misalnya, dalam menganalisis pengaruh pengeluaran iklan terhadap penjualan, keinginan manajer pemasaran untuk memperkirakan penjualan akan disarankan menjadikan penjualan sebagai variabel dependen. Pengeluaran iklan akan menjadi variabel independen yang digunakan untuk membantu memprediksi penjualan. Dalam notasi statistik, y menunjukkan variabel dependen dan x menunjukkan variabel independen.

Dalam bab ini kami membahas jenis analisis regresi paling sederhana yang melibatkan satu variabel independen dan satu variabel dependen di mana hubungan keduanya variabel dengan pendekatan garis lurus. Ini disebut regresi linier sederhana. Analisis regresi yang melibatkan dua atau lebih variabel independen disebut analisis regresi berganda.

II. Model Simple Linear Regression

Regresi Linear Sederhana adalah Metode Statistik yang berfungsi untuk menguji sejauh mana hubungan sebab akibat antara Variabel Faktor Penyebab (X) terhadap Variabel Akibatnya (Y). Faktor Penyebab pada umumnya dilambangkan dengan X atau disebut juga dengan Predictor sedangkan Variabel Akibat dilambangkan dengan Y atau disebut juga dengan Response. Regresi Linear Sederhana atau sering disingkat dengan SLR (Simple Linear Regression) juga merupakan salah satu Metode Statistik yang dipergunakan dalam produksi untuk melakukan peramalan ataupun prediksi tentang karakteristik kualitas maupun Kuantitas.

Model linier regresi sederhana adalah sebagai berikut:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

Dimana:

β_0 dan β_1 adalah parameter pada model

ε adalah errornya

Persamaan regresi liniernya adalah sebagai berikut:

$$E(y) = \beta_0 + \beta_1 x$$

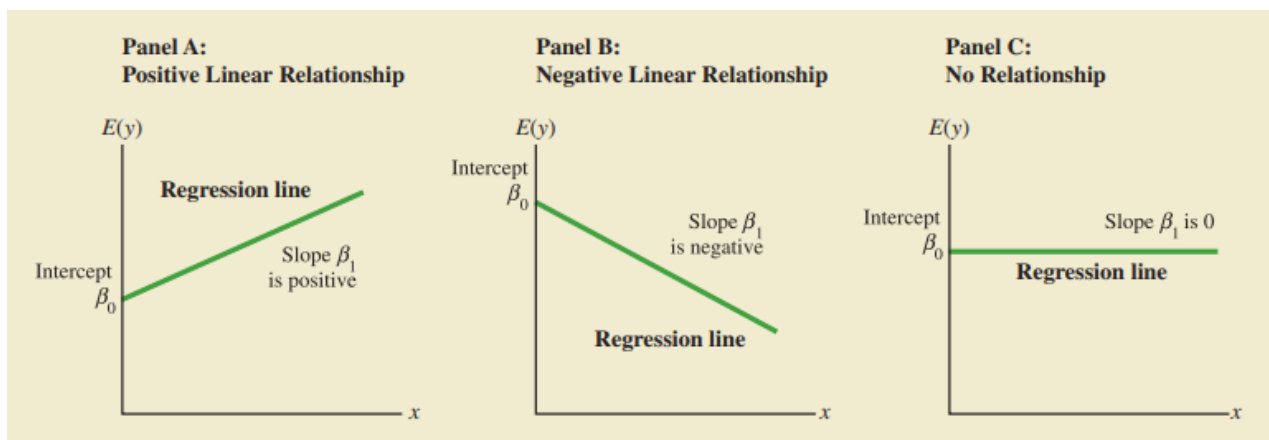
Dimana :

β_0 adalah y-intercept dari garis regressi

β_1 adalah slope

$E(y)$ adalah mean atau expected value untuk nilai x

Arah dari hubungan antara variabel x yang mempengaruhi nilai dari y dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 1.1. Arah pengaruh pada regresi

Panel A menunjukkan bahwa nilai rata-rata y berelasi secara positif terhadap x , apabila nilai $E(y)$ semakin besar maka nilai x juga semakin besar.

Garis regresi pada Panel B menunjukkan nilai rata-rata y berelasi secara negatif terhadap nilai x , dimana apabila nilai $e(y)$ semakin kecil berelasi juga dengan nilai x yang semakin besar.

Garis regresi pada Panel C menunjukkan kasus di mana nilai rata-rata y tidak ada relasi terhadap x , artinya nilai rata-rata y adalah sama untuk setiap nilai dari x .

Persamaan estimasi regresi linier sederhana adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

Dimana :

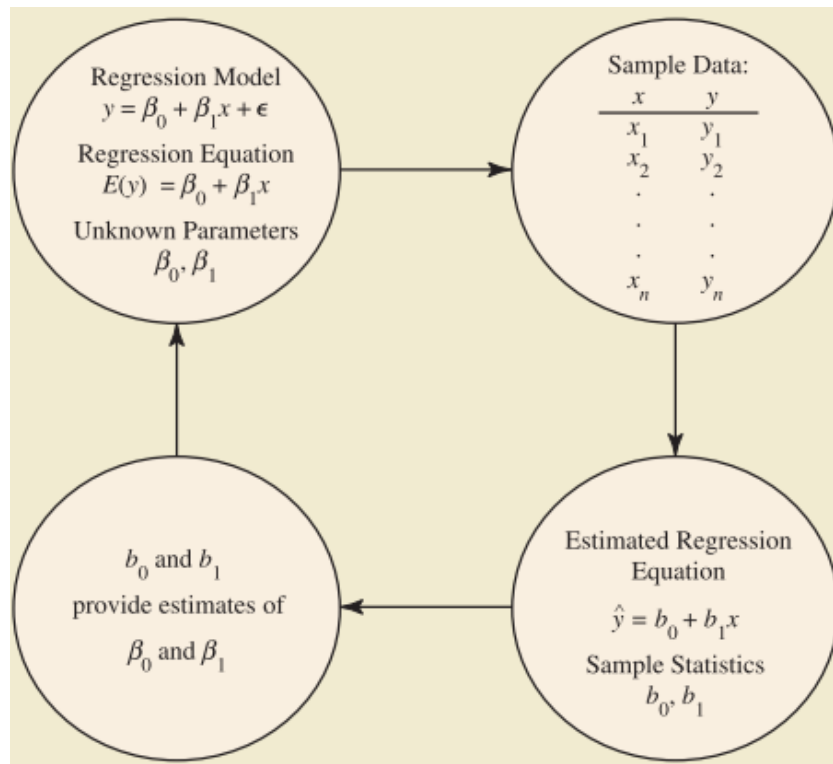
b_0 adalah estimasi dari β_0

b_1 adalah estimasi dari β_1

\hat{y} adalah estimasi dari y

x adalah variabel bebas

Alur proses untuk mengestimasi persamaan regresi menggunakan data sample dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 1.2. Alur proses estimasi pada regresi

III. Metode Least Squares

Metode Least Squares adalah prosedur untuk menggunakan data sampel dalam mencari estimasi pada persamaan regresi. Persamaan untuk mengestimasi persamaan regresi linier sederhana adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$$

Dimana:

\hat{y}_i adalah nilai prediksi yang ke i

b_0 adalah estimasi dari β_0

b_1 adalah estimasi dari β_1

x_i adalah ukuran variabel bebas yang ke i

Untuk rumus kriterianya adalah sebagai berikut:

$$\text{Min } \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Dimana :

y_i nilai observasi dari variabel dependen pada observasi ke i

\hat{y}_i nilai prediksi dari variabel dependen pada observasi ke i

Rumus untuk mencari nilai slope dan nilai intercept dalam persamaan estimasi regresi adalah sebagai berikut:

$$b_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

Dimana:

x_i adalah nilai dari variabel independen pada observasi ke i

y_i adalah nilai dari variabel dependen pada observasi ke i

\bar{x} adalah mean untuk variabel independen

\bar{y} adalah mean untuk variabel dependen

n adalah jumlah total dari observasi

Contoh 1

Sebuah Restoran di kampus-kampus ingin mengetahui hubungan antara jumlah populasi mahasiswa pada kampus dengan jumlah penjualan produk makanannya. Pengambilan data jumlah mahasiswa dan jumlah penjualan dilakukan pada 10 kampus sebagai bahan pengolahan untuk mencari keterhubungan dua variabel tersebut.

Data hasil observasinya dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Data observasi jumlah mahasiswa dan jumlah penjualan

| Restoran i | Jumlah mahasiswa (ribuan) x_i | Jumlah Penjualan (ribuan) y_i |
|----------------------|---|---|
| 1 | 2 | 58 |
| 2 | 6 | 105 |
| 3 | 8 | 88 |
| 4 | 8 | 118 |
| 5 | 12 | 117 |
| 6 | 16 | 137 |
| 7 | 20 | 157 |
| 8 | 20 | 169 |
| 9 | 22 | 149 |
| 10 | 26 | 202 |

- Carilah estimasi persamaan regresinya!
- Apabila jumlah mahasiswa 16 ribu, berapa prediksi jumlah penjualannya?

Jawaban

- Untuk mencari estimasi persamaan regresi kita dapat menghitung nilai dari b_1 dan b_0 dengan rumus b_1 dan b_0 , untuk mempermudah penghitungan kita dapat menggunakan tabel sebagai berikut:

Tabel 2. Perhitungan untuk mencari b_1 dan b_0

| i | x_i | y_i | $(x_i - \bar{x})$ | $(y_i - \bar{y})$ | $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ |
|----------|---------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------------------|
| 1 | 2 | 58 | -12 | -72 | 864 | 144 |
| 2 | 6 | 105 | -8 | -25 | 200 | 64 |
| 3 | 8 | 88 | -6 | -42 | 252 | 36 |
| 4 | 8 | 118 | -6 | -12 | 72 | 36 |
| 5 | 12 | 117 | -2 | -13 | 26 | 4 |
| 6 | 16 | 137 | 2 | 7 | 14 | 4 |
| 7 | 20 | 157 | 6 | 27 | 162 | 36 |
| 8 | 20 | 169 | 6 | 39 | 234 | 36 |
| 9 | 22 | 149 | 8 | 19 | 152 | 64 |
| 10 | 26 | 202 | 12 | 72 | 864 | 144 |
| Total | $\sum x_i = 140$ | $\sum y_i = 1300$ | | | $\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 2840$ | $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 568$ |
| | $\bar{x} = \frac{140}{10} = 14$ | $\bar{y} = \frac{1300}{10} = 130$ | | | | |

Dari tabel di atas kita dapat menghitung b_1 dan b_0 sebagai berikut:

$$b_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

$$b_1 = \frac{2840}{568} = 5$$

Untuk menghitung b_0 adalah sebagai berikut:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

$$b_0 = 130 - 5(14) = 60$$

Dari hasil perhitungan b_1 dan b_0 tersebut dapat dituliskan persamaan estimasi regresinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 X_i$$

$$\hat{y} = 60 + 5x$$

b. Apabila nilai dari $x = 16$, maka nilai dari \hat{y} adalah:

$$\hat{y} = 60 + 5(16) = 140$$

Artinya apabila jumlah mahasiswanya 16 ribu, maka penjualannya akan mencapai sebanyak 140 ribu.

IV. Koefisien Determinasi

koefisien determinasi memberikan ukuran goodness of fit untuk estimasi persamaan regresi. Artinya seberapa besar pengaruh nilai dari variabel independennya (x_i) terhadap nilai variabel dependennya (y_i).

Pada setiap observasi yang ke i , perbedaan antara nilai observasi variabel dependen (y_i) dengan nilai prediksi dari variabel dependen \hat{y} disebut dengan residual pada nilai observasi yang ke i . Residual ke i tersebut merepresentasikan error yang digunakan \hat{y} untuk mengestimasi dari y_i . Kita dapat mencari nilai residual dengan rumus $y_i - \hat{y}$. Jumlah kuadrat dari error residual adalah kuantitas nilai minimize dari method Least Squares. Kuantitas ini dapat disebut dengan *Sum of squares due to error* (SSE). Maka rumus SSE adalah sebagai berikut:

$$SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Perbedaan pada ke i yaitu $y_i - \bar{y}$ untuk mengukur error yang digunakan \bar{y} dalam memprediksi disebut dengan total sum of squares (SST). Rumusnya adalah sebagai berikut:

$$SST = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

Untuk mengukur berapa besar nilai \hat{y} pada estimasi regresi berbeda dari \bar{y} , disebut dengan sum of squares due to regression (SSR). Rumusnya adalah sebagai berikut:

$$SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

Keterhubungan dari ketiga variabel di atas yaitu SST, SSR, dan SSE dengan rumus seperti berikut:

$$SST = SSR + SSE$$

Dimana:

SST = total sum of squares

SSR = sum of squares due to regression

SSE = sum of squares due to error

Untuk mencari koefisien determinasi (r^2) didapat dari rasio SSR/SST yang menunjukkan nilai dari goodness of fit untuk estimasi persamaan regresi.

$$r^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Korelasi koefisien (r) merupakan ukuran dari seberapa besar hubungan antara dua variabel x dan y . Nilai dari korelasi koefisien dapat berada pada -1 atau $+1$ yang dapat menjadi indikasi arah keterhubungan antara dua variabel tersebut yaitu positif atau negatif. Untuk menghitung koefisien korelasi dapat ditulis sebagai berikut:

$$r_{yx} = (\text{sign dari } b_1) \sqrt{\text{Korelasi determinasi}}$$

$$r_{yx} = (\text{sign dari } b_1) \sqrt{r^2}$$

Dimana :

$$b_1 = \text{slope pada persamaan estimasi regresi } \hat{y}_i = b_0 + b_1 X_i$$

Contoh 2

Dari contoh 1 di atas pada kasus restoran pada kampus-kampus dengan 10 data observasi yaitu data hubungan jumlah mahasiswa dan jumlah penjualan. Dari contoh tersebut:

- Carilah SSE, SST dan SSR!
- Carilah koefisien determinasinya dan korelasi koefisiennya!

Jawaban

- Untuk mencari besarnya nilai dari SSE, SST dan SSR kita dapat menggunakan tabel untuk mempermudah perhitungan seperti berikut:

| i | x_i | y_i | $\hat{y}_i = 60 + 5x_i$ | $(y_i - \hat{y}_i)$ | $(y_i - \hat{y}_i)^2$ |
|----|-------|-------|-------------------------|---------------------|-----------------------|
| 1 | 2 | 58 | 70 | -12 | 144 |
| 2 | 6 | 105 | 90 | 15 | 225 |
| 3 | 8 | 88 | 100 | -12 | 144 |
| 4 | 8 | 118 | 100 | 18 | 324 |
| 5 | 12 | 117 | 120 | -3 | 9 |
| 6 | 16 | 137 | 140 | -3 | 9 |
| 7 | 20 | 157 | 160 | -3 | 9 |
| 8 | 20 | 169 | 160 | 9 | 81 |
| 9 | 22 | 149 | 170 | -21 | 441 |
| 10 | 26 | 202 | 190 | 12 | 144 |
| | | | | | SSE = 1530 |

| i | x_i | y_i | $(y_i - \bar{y})$ | $(y_i - \bar{y})^2$ |
|----|-------|-------|-------------------|---------------------|
| 1 | 2 | 58 | -72 | 5184 |
| 2 | 6 | 105 | -25 | 625 |
| 3 | 8 | 88 | -42 | 1764 |
| 4 | 8 | 118 | -12 | 144 |
| 5 | 12 | 117 | -13 | 169 |
| 6 | 16 | 137 | 7 | 49 |
| 7 | 20 | 157 | 27 | 729 |
| 8 | 20 | 169 | 39 | 1521 |
| 9 | 22 | 149 | 19 | 361 |
| 10 | 26 | 202 | 72 | 5184 |
| | | | | SST = 15.730 |

Untuk mencari SSR kita dapat mencari dari keterhubungan humus di atas yaitu

$$SST = SSR + SSE$$

$$SSR = SST - SSE$$

$$SSR = 15.730 - 1.530 = 14.200$$

b. Untuk koefisien determinasinya dan korelasi koefisien adalah sebagai berikut:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST}$$
$$r^2 = \frac{14.200}{15.730}$$
$$r^2 = 0,9027$$

Korelasi koefisiennya adalah sebagai berikut:

Dari persamaan estimasi regresi seperti berikut $\hat{y}_i = 60 + 5x_i$, dengan nilai b_1 adalah +5, maka tanda bilangannya adalah positif. Untuk mencari r adalah sebagai berikut:

$$r_{yx} = (\text{sign dari } b_1)\sqrt{r^2}$$
$$r_{yx} = (+)\sqrt{0,9027}$$
$$r_{yx} = + 0,9501$$

Kita dapat menyimpulkan bahwa arah pengaruh variabel x terhadap variabel y adalah positif. Apabila nilai data x_i meningkat maka nilai dari y_i juga meningkat.

V. Tes Signifikansi Persamaan Estimasi Regresi

Pada persamaan regresi linear sederhana, nilai dari mean dan nilai yang diharapkan dari fungsi linier variabel x yaitu $E(y) = \beta_0 + \beta_1 x$. Jika nilai dari β_1 nol, maka $E(y) = \beta_0 + (0)x = \beta_0$. Dalam hal ini nilai dari mean y tidak tergantung pada nilai variabel x, maka dapat disimpulkan bahwa variabel x dan y tidak keterhubungan secara linier. Apabila nilai dari β_1 tidak nol, maka dapat disimpulkan bahwa dari kedua variabel terdapat hubungan.

Untuk tes signifikansi keterhubungan regresi, kita dapat melakukan dengan tes hipotesis untuk menentukan dan memastikan bahwa nilai dari β_1 adalah nol. Untuk tes hipotesis kita dapat menggunakan uji t dan uji f dengan terlebih dahulu mencari nilai estimasi variance pada model regresi (σ^2).

A. Estimasi Varian (σ^2)

Dari model regresi kita dapat mencari nilai dari varian (σ^2) dengan asumsi-asumsi tertentu. Untuk mencari estimasi varian, kita dapat menggunakan sum of squares due to error dari regresi (SSE). Nilai dari MSE dapat digunakan untuk mengestimasi varian dari regresi. Rumus untuk mencari SSE dapat ditulis sebagai berikut:

$$SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$$

Rumus untuk mencari Mean Square Error dalam mengestimasi nilai varian (σ^2) menggunakan data sample adalah sebagai berikut:

$$s^2 = MSE = \frac{SSE}{n - 2}$$

Dimana :

s^2 adalah varian dari sample
n-2 adalah derajat ketinggian (df)

Dari rumus tersebut kita dapat mencari standard error dari estimasi adalah sebagai berikut:

$$s = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$$

B. Uji t

Dalam model regresi linier sederhana dengan persamaan regresi $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$, jika variabel x dan y secara linier ada hubungan, maka nilai $\beta_1 \neq 0$. Pendekatan uji t dapat dilakukan untuk menyimpulkan bahwa nilai dari $\beta_1 \neq 0$. Kita dapat menggunakan data sample untuk uji t dengan persamaan hipotesisnya adalah sebagai berikut:

- Hipotesis uji t

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_a: \beta_1 \neq 0$$

- Tes statistik

$$t = \frac{b_1}{s_{b_1}}$$

- Aturan Penolakan

Pendekatan p-value : Tolak H_0 jika $p\text{-value} \leq \alpha$

Pendekatan nilai kritisal : Tolak H_0 jika $t \leq -t_{\alpha/2}$ atau $t \geq t_{\alpha/2}$

Dimana $t_{\alpha/2}$ berdasarkan distribusi t dengan $(n - 2)$ *degrees of freedom*.

s_{b_1} adalah estimasi standar deviasi pada b_1 .

Untuk mencari s_{b_1} dapat menggunakan rumus:

$$s_{b_1} = \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}$$

C. Uji F

Uji F yang berdasarkan distribusi probabiliti F, dapat digunakan untuk uji signifikansi dari persamaan regresi linier.

Rumus uji F adalah sebagai berikut:

- Hipotesis uji F

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_a: \beta_1 \neq 0$$

- Tes statistik

$$F = \frac{MSR}{MSE}$$

- Aturan Penolakan

Pendekatan p-value : Tolak H_0 jika $p\text{-value} \leq \alpha$

Pendekatan nilai kritisal : Tolak H_0 jika $F \geq F_\alpha$

Dimana F_α berdasarkan distribusi F dengan 1 *degrees of freedom* numerator dan $(n - 2)$ df denominator.

Untuk mencari MSR dapat menggunakan rumus:

$$MSR = \frac{SSR}{\text{Regression degrees of freedom}}$$

$$MSR = \frac{SSR}{\text{Jumlah variabel independen}}$$

Contoh 3

Dari contoh 1 dan contoh 2 di atas pada kasus restoran yang berjualan pada kampus-kampus dengan 10 data observasi yaitu data hubungan jumlah mahasiswa dan jumlah penjualan. Dari contoh tersebut dengan signifikansi $\alpha = 0,01$:

- Carilah estimasi varian (s^2) dan standar errornya (s)!
- Ujilah regresi linier menggunakan uji t dan apa kesimpulannya!
- Ujilah regresi linier menggunakan uji F dan apa kesimpulannya!

Jawaban

Dari soal contoh 1 dan contoh 2 kita ketahui:

$$SSE = 1530, SSR = 14.200 \text{ dan } n = 10$$

$$\sum(x_i - \bar{x})^2 = 568$$

$$b_1 = 5 \text{ dan } \alpha = 0,01$$

- Untuk mencari estimasi Varian (s^2) kita dapat menggunakan rumus sebagai berikut:

$$s^2 = MSE = \frac{SSE}{n - 2}$$

$$s^2 = MSE = \frac{1530}{10 - 2} = \frac{1530}{8} = 191,25$$

Maka standar error s adalah :

$$s = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n - 2}} = \sqrt{191,25} = 13,829$$

- Uji t pada regresi kasus tersebut adalah sebagai berikut:

$$s_{b_1} = \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}$$

$$s_{b_1} = \frac{13,829}{\sqrt{568}} = 0,5803$$

- Hipotesis uji t

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_a: \beta_1 \neq 0$$

- Tes statistik

$$t = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{5}{0,5803} = 8,62$$

- Aturan Penolakan dengan $\alpha = 0,01$.

Pendekatan p-value : Tolak H_0 jika $p\text{-value} \leq \alpha$

Pendekatan nilai kritikal : Tolak H_0 jika $t \leq -t_{\alpha/2}$ atau $t \geq t_{\alpha/2}$

- Pendekatan p-value :

Hasil tes statistik $t = 8,62$ dengan

$$df = n - 2 = 10 - 2 = 8$$

Dengan menggunakan tabel distribusi t dan menggunakan (two tailed) maka :

Nilai p-value = 2(dibawah 0,005) = dibawah 0,01

Hasil pada tabel t dapat dilihat pada tabel di bawah ini :

| Degrees of Freedom | Area in Upper Tail | | | | | |
|--------------------|--------------------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | .20 | .10 | .05 | .025 | .01 | .005 |
| 1 | 1.376 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.656 |
| 2 | 1.061 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 |
| 3 | .978 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 |
| 4 | .941 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 |
| 5 | .920 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 |
| 6 | .906 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 |
| 7 | .896 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 |
| 8 | .889 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 |

T= 8,62

Uji p-value dengan $\alpha = 0,01$

Tolak H_0 jika $p\text{-value} \leq \alpha$

Apakah $p\text{-value} \leq \alpha$

Apakah $0,01 \leq 0,01$

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji p-value adalah H_0 ditolak Artinya nilai dai β_1 tidak sama dengan nol.

- Pendekatan kritikal :

$\alpha = 0,01$, dan $\alpha/2 = 0,005$ dengan

$$df = n - 2 = 10 - 2 = 8$$

maka nilai dari t_α dapat dilihat pada tabel t berikut:

| Degrees of Freedom | Area in Upper Tail | | | | | |
|--------------------|--------------------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | .20 | .10 | .05 | .025 | .01 | .005 |
| 1 | 1.376 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.656 |
| 2 | 1.061 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 |
| 3 | .978 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 |
| 4 | .941 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 |
| 5 | .920 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 |
| 6 | .906 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 |
| 7 | .896 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 |
| 8 | .889 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 |

Dari tabel di atas dapat kita peroleh bahwa nilai $t_{\alpha} = 3,355$

Uji kriticalnya sebagai berikut:

Tolak H_0 jika $t \geq t_{\alpha}$

Apakah $t \geq t_{\alpha}$

Apakah $8,62 \geq 3,355$

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji kritical adalah H_0 ditolak.

Kesimpulan dari uji p-value dan uji kritical menghasilkan kesimpulan yang sama dan konsisten dengan hasilnya adalah H_0 ditolak. Artinya nilai β_1 tidak sama dengan nol. Ini menunjukkan adanya keterhubungan antara variabel x dengan variabel y.

c. Uji F pada regresi kasus tersebut adalah sebagai berikut:

1) Untuk mencari MSR

Jumlah variabel independen hanya 1 yaitu variabel x, maka untuk menghitung MSR adalah sebagai berikut:

$$MSR = \frac{SSR}{\text{Jumlah variabel independen}} = \frac{14.200}{1} = 14.200$$

2) Persamaan hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$H_0: \beta_1 = 0$

$H_a: \beta_1 \neq 0$

3) Tes statistik

$$F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{14.200}{191,25} = 74,25$$

4) Pendekatan p-value :

Hasil $F = 74,25$ dengan

df numerator = 1

df denumerator = $n - 2 = 10 - 2 = 8$

Dengan menggunakan tabel distribusi F, maka :

Nilai p-value = dibawah 0,01

Hasil pada tabel F dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

| Denominator Degrees of Freedom | Area in Upper Tail | Numerator Degrees of Freedom | | |
|--------------------------------|--------------------|------------------------------|------|------|
| | | 1 | 2 | 3 |
| 8 | .10 | 3.46 | 3.11 | 2.92 |
| | .05 | 5.32 | 4.46 | 4.07 |
| | .025 | 7.57 | 6.06 | 5.42 |
| | .01 | 11.26 | 8.65 | 7.59 |

74,25

Uji p-value dengan $\alpha = 0,01$

Tolak H_0 jika p-value $\leq \alpha$

Apakah p-value $\leq \alpha$

Apakah dibawah $0,01 \leq 0,01$

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji p-value adalah H_0 ditolak.

5) Pendekatan kritikal :

$\alpha = 0,01$, dengan

df numerator = 1

df denumerator = $n - 2 = 10 - 2 = 8$

maka nilai dari F_α dapat dilihat pada tabel F berikut:

| Denominator Degrees of Freedom | Area in Upper Tail | Numerator Degrees of Freedom | | |
|--------------------------------------|--------------------------|------------------------------|------|------|
| | | 1 | 2 | 3 |
| 8 | .10 | 3.46 | 3.11 | 2.92 |
| | .05 | 5.32 | 4.46 | 4.07 |
| | .025 | 7.57 | 6.06 | 5.42 |
| | .01 | 11.26 | 8.65 | 7.59 |

Dari tabel di atas dapat kita peroleh bahwa nilai $F_\alpha = 11,26$

Uji kritikalnya sebagai berikut:

Tolak H_0 jika $F \geq F_\alpha$

Apakah $F \geq F_\alpha$

Apakah $74,25 \geq 11,26$

Pernyataan tersebut merupakan pernyataan yang benar, maka kesimpulan uji kritikal adalah H_0 ditolak.

Kesimpulan dari uji p-value dan uji kritical menghasilkan kesimpulan yang sama dan konsisten dengan hasilnya adalah H_0 ditolak. Artinya nilai dai β_1 tidak sama dengan nol. Ini menunjukkan adanya keterhubungan antara variabel x dengan variabel y.

Daftar Pustaka

Statistics for Business and Economics (13e)” Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran 2017, Cengage Learning