

## Proses Markov bagian 2

Kompetensi:

Setelah membaca modul kuliah ini, diharapkan mahasiswa mampu:

1. Merumuskan masalah dalam analisis piutang dengan proses markov.
2. Mencari penyelesaian masalah dalam piutang dengan proses markov

### I. Analisis Piutang Usaha

Aplikasi akuntansi dimana menggunakan proses Markov telah menghasilkan hasil yang berguna dalam estimasi piutang tak tertagih. piutang tak tertagih adalah perkiraan jumlah piutang yang pada akhirnya akan terbukti tidak tertagih.

Sebuah penerapan matriks keadaan terserap yang unik dan populer adalah contoh hutang tak tertagih (bad debt). Dalam contoh ini, keadaan yang ada adalah bulan dimana pelanggan berhutang. Pelanggan dapat membayar (yaitu tagihan) setiap saat dan oleh karenanya mencapai suatu keadaan terserap untuk melakukan pembayaran. Walaupun demikian, jika pelanggan berhutang lebih lama dari sejumlah periode tertentu, hutang tersebut akan dianggap “buruk” dan akan dipindahkan ke penagih hutang. Keadaan “hutang tak tertagih” juga merupakan keadaan terserap. Melalui berbagai manipulasi matriks, bagian dari piutang yang akan dibayar dan yang akan menjadi tak terbayar dapat ditentukan.

#### Contoh 1

Perusahaan A to z Office Supply memberikan hutang kepada nasabah yang akan diperagakan dengan menggunakan matriks transisi berikut, yang menggambarkan piutang bagi nasabah

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} p & 1 & 2 & b \end{matrix} \\ \begin{matrix} p \\ 1 \\ 2 \\ b \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0 & 0,3 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Dalam matriks transisi keadaan terserap ini, keadaan p menandakan bahwa hutang telah dibayar, keadaan 1 dan 2 menandakan bahwa hutang telah berusia satu atau dua bulan, dan keadaan b menandakan bahwa hutang telah menjadi buruk (tak tertagih)

Ketika hutang telah dibayar (yaitu ketika memasuki keadaan p), probabilita perpindahan ke keadaan 1, 2, atau b adalah nol. Jika hutang berusia satu bulan, terdapat probabilita sebesar .70 bahwa ia akan dibayar dalam bulan berikutnya dan probabilita sebesar .30 bahwa hutang tersebut akan berusia 2 bulan dengan keadaan belum terbayar. Jika hutang berada dalam bulan 2, terdapat probabilita sebesar .50 bahwa ia akan dibayar dan probabilita sebesar .50 bahwa hutang tersebut menjadi tidak terbayar di periode berikutnya. Akhirnya, jika hutang menjadi tak terbayar, tidak terdapat probabilita bahwa hutang tersebut akan kembali ke keadaan sebelumnya

Langkah selanjutnya dalam analisa masalah Markov ini adalah mengatur kembali matriks transisi ke dalam bentuk berikut in

$$T = \begin{matrix} & & \begin{matrix} p & b & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} p \\ b \\ 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0 & 0 & 0,3 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Kemudian, matriks transisi tersebut dibagi menjadi empat bagian, atau sub matriks, yang ditandai sebagai berikut :

$$T = \begin{bmatrix} I & 0 \\ R & Q \end{bmatrix}$$

Dimana:

$$I = \begin{matrix} & \begin{matrix} p & b \end{matrix} \\ \begin{matrix} p \\ b \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} = \text{Matrik Identitas}$$

$$0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} p \\ b \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} = \text{Matrik nol}$$

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} p & b \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,7 & 0 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \end{matrix} = \text{Matrik yang berisi probabilita transisi dari hutang yang terserap (absorbed) ke periode berikutnya}$$

$$Q = \begin{matrix} & & 1 & 2 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & & \begin{bmatrix} 0 & 0,3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} = \text{Matriks yang berisi probabilita transisi untuk} \\ \text{pergerakan di antara kedua keadaan tak terserap} \\ \text{(non absorbing)}$$

Matriks bertanda I adalah sebuah matriks identitas, disebut demikian karena memiliki angka satu sepanjang diagonal dan nol di sisi lain matriks.

Operasi matriks pertama yang dilakukan adalah menentukan matriks fundamental N, sebagai berikut:

$$N = (I - Q)^{-1}$$

Notasi untuk memangkatkan matriks  $(I - Q)$  dengan pangkat  $-1$  menunjukkan apa yang disebut sebagai kebalikan (inverse) dari sebuah matriks. Matriks fundamental dihitung dengan mengambil kebalikan dari perbedaan antara matriks identitas, I, dan Q. Untuk perhitungan contoh di atas, matriks fundamental dihitung sebagai berikut.

$$N = \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0,3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & -0,3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{matrix} & & 1 & 2 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & & \begin{bmatrix} 1 & 0,3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \rightarrow \text{Lihat pada Appendix 17.1}$$

$$d = (1) (1) - (-0,3) (0) = 1 + 0 = 1$$

$$= \begin{bmatrix} 1/1 & -0,3/0,7 \\ -0/0,7 & 1/1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0,3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks fundamental menandakan jumlah yang diharapkan keberadaan sistem dalam keadaan tak terserap (non absorbing) sebelum penyerapan terjadi. Oleh karena itu, berdasarkan N, jika pelanggan dalam keadaan 1 (terlambat 1 bulang dalam pembayaran hutang), perkiraan bahwa pelanggan akan terlambat 2 bulan adalah .30 sebelum hutang dibayar atau menjadi buruk.

Selanjutnya matriks fundamental dikalikan dengan matriks R yang dibuat ketika matriks transisi asli diikutsertakan.

$$\begin{aligned}
 N.R &= \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0,3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} & \begin{matrix} p & b \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,7 & 0 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{matrix} & \begin{matrix} p & b \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,85 & 0,15 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

## II. Penentuan Piutang Usaha Tak Tertagih

Matriks N x R mencerminkan probabilita bahwa hutang pada akhirnya akan terserap, dengan keadaan awal manapun. Sebagai contoh, jika hutang saat ini berada dalam bulan pertama, terdapat probabilita sebesar .85 bahwa pada akhirnya hutang tersebut akan dibayar dan probabilita sebesar .14 bahwa hutang tersebut akan menjadi tak terbayar

### Contoh 2

Dari kasus contoh sebelumnya, kita anggap Perusahaan A to Z Office Supply memiliki piutang sebesar \$4000 dalam bulan 1 dan \$6000 dalam bulan 2. Untuk menentukan berapa bagian dari dana ini yang dapat ditagih dan berapa bagian yang akan menjadi hutang tak tertagih, kalikan matriks dalam jumlah dolar ini dengan matriks N. R atau B x N x R. Hasilnya adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{Penentuan piutang} &= \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 4.000 & 6.000 \end{bmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} & \begin{matrix} p & b \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,85 & 0,15 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \\
 \text{Penentuan piutang} &= \begin{matrix} & \begin{matrix} p & b \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 6.400 & 3.600 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Maka, dari jumlah \$10,000 yang terhutang, perusahaan peralatan kantor tersebut dapat memperkirakan sebesar \$6400 dan \$3600 akan menjadi hutang tak tertagih.

### **Daftar Pustaka**

Quantitative Methods for Business, Twelfth Edition, Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran, Fry, Ohlmann, 2013, Cengage Learning.

<http://fajarbax89.blogspot.com/2009/10/sejarah-penggunaan-markov-chain.html>

<http://dhedee29.staff.gunadarma.ac.id/Downloads/files/50573/analisis+markov.pdf>