

Utilitas dan *Game Theory*

Kompetensi:

Setelah membaca modul kuliah ini, diharapkan mahasiswa mampu:

1. Memahami dan menentukan keputusan menggunakan utilitas.
2. Memahami dan merumuskan persaingan *game theory*.
3. Mencari penyelesaian masalah dalam proses pengambilan keputusan dalam *game theory*

I. Konsep Utilitas

Utilitas adalah ukuran dari total nilai atau keinginan relatif dari hasil tertentu. Hal ini dapat mencerminkan sikap pengambil keputusan terhadap sekumpulan faktor seperti laba, rugi, dan risiko. Para peneliti telah menemukan bahwa selama nilai keuntungan dari kondisi pasar dalam kisaran yang dianggap pembuat keputusan masuk akal. Dalam memilih alternatif keputusan dengan nilai keuntungan terbaik yang diharapkan biasanya mengarah pada pemilihan keputusan yang paling disukai. Namun, ketika imbalannya ekstrem, pembuat keputusan sering kali tidak puas atau gelisah dengan keputusan yang hanya memberikan nilai keuntungan terbaik yang diharapkan.

Sebagai contoh situasi di mana utilitas dapat membantu dalam memilih alternatif keputusan yang terbaik. Swofford, Inc., real estat perusahaan investasi yang relatif kecil pada saat ini memiliki dua peluang investasi yang membutuhkan sekitar pengeluaran kas yang sama. Persyaratan uang tunai yang diperlukan melarang Swofford melakukan lebih dari satu investasi saat ini. Karena itu, tiga alternatif keputusan yang memungkinkan dapat dipertimbangkan.

Tiga alternatif pilihan yang dilambangkan dengan d_1, d_2 , dan d_3 seperti berikut:

- d_1 = berinvestasi pada jenis A
- d_2 = berinvestasi pada jenis B
- d_3 = Tidak berinvestasi

Hasil keuntungan pada peluang investasi tergantung pada keputusan investasi dan pada arah pasar real estat selama enam bulan ke depan. Kondisi harga pada pasar real estat yaitu akan naik, tetap stabil, dan turun. Maka kita dapat mendefinisikan kondisi pasar dengan s_1, s_2 , dan s_3 sebagai berikut:

- s_1 = kondisi harga pasar real estate sedang naik
- s_2 = kondisi harga pasar real estate sedang stabil
- s_3 = kondisi harga pasar real estate sedang turun

Dari harga kondisi pasar terbaik yang tersedia, Swofford memperkirakan laba, atau imbalan, yang terkait dengan setiap alternatif keputusan dari harga kondisi pasar dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel harga kondisi pasar pada Swofford, Inc

Alternatif pilihan	Harga kondisi pasar		
	Harga naik	Harga stabil	Harga turun
Investasi A (d1)	\$ 30.000	\$ 20.000	-\$ 50.000
Investasi B (d2)	\$ 50.000	-\$ 20.000	-\$ 30.000
Tidak Investasi (d3)	\$ 0	\$ 0	\$ 0

Pada masing-masing harga kondisi pasar, Estimasi terbaik probabilitas menunjukkan bahwa harga real estat akan naik adalah 0,3; estimasi terbaik dari probabilitas bahwa harga akan tetap stabil adalah 0,5; dan estimasi terbaik dari probabilitas bahwa harga akan turun adalah 0,2. Kita dapat menghitung nilai laba yang diharapkan untuk ketiga alternatif keputusan tersebut adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 EV(d_1) &= 0,3(\$ 30.000) + 0,5(\$ 20.000) + 0,2(-\$ 50.000) = \$ 9000 \\
 EV(d_2) &= 0,3(\$ 50.000) + 0,5(-\$ 20.000) + 0,2(-\$ 30.000) = -\$ 1000 \\
 EV(d_3) &= 0,3(\$ 0) + 0,5(\$ 0) + 0,2(\$ 0) = \$ 0
 \end{aligned}$$

Hasil dari perhitungan menggunakan pendekatan expected value, keputusan yang optimal adalah memilih investasi A dengan nilai laba yang diharapkan sebesar \$ 9000. Apakah ini benar-benar alternatif keputusan terbaik? Mari kita pertimbangkan beberapa faktor lain yang berhubungan dengan kemampuan Swofford untuk menyerap kehilangan \$ 50.000 jika investasi A dibuat dan harga kondisi pasar yang turun.

Utilitas dapat digunakan untuk dalam rangka untuk mengurangi tingkat risiko yang tinggi dengan mempertimbangkan semua risiko dan konsekuensi yang ada. Penggunaan utilitas dapat dengan mempertimbangkan semua konsekuensi dapat memberikan harapan yang tertinggi dalam memilih alternatif pilihan yang terbaik.

Prosedur dalam menggunakan utilitas, terlebih dahulu harus menetapkan nilai dari utilitasnya dari kemungkinan yang terburuk sampai yang terbaik. Dari kasus di atas, kemungkinan yang terburuk adalah mengalami kerugian sebesar -\$ 50.000 dan kemungkinan kondisi yang terbaik adalah mendapat keuntungan sebesar \$ 50.000. Kita dapat menuliskan persamaan utilitasnya sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{Utility dari } -\$ 50.000 &= U(-\$ 50.000) = 0 \\
 \text{Utility dari } \$ 50.000 &= U(\$ 50.000) = 10
 \end{aligned}$$

Utilitas yang lainnya dapat ditentukan dengan nilai antara 0 dan 10 tersebut. Untuk itu kita dapat mengasumsikan perbedaan (indifferent) probabilitas dari masing-masing nilai pada kondisi pasar.

Misalnya keuntungan pada :

$$\begin{aligned}
 &\text{nilai } \$ 50.000 \text{ dengan probabilitas } p \\
 &\text{nilai } -\$ 50.000 \text{ dengan probabilitas } (1 - p)
 \end{aligned}$$

Jika p mendekati 1, maka keputusan dapat memilih alternatif dengan keuntungan \$ 50.000 atau \$ 30.000. Apabila p mendekati nilai 0, maka memilih alternatif keuntungan yang besar tidak bisa menjauhkan dari risiko yang besar.

Misalkan indifferent probabilitas $p = 0,95$ untuk nilai \$ 30.000, maka kita dapat menghitung nilai utilitasnya sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
U(\$ 30.000) &= pU(\$ 50.000) + (1 - p)U(-\$ 50.000) \\
&= 0,95(10) + (0,05)(0) \\
&= 9,5
\end{aligned}$$

Dengan cara yang sama kita dapat memberikan asumsi perbedaan (indifferent) pada nilai yang lain seperti berikut:

Tabel 2. indifferen dan utilitas pada Swofford, Inc

Nilai Keuntungan	Nilai Indifferent (p)	Nilai Utilitas
\$ 50.000	Tidak dipilih	10
\$ 30.000	0,95	9,5
\$ 20.000	0,90	9,0
\$ 0	0,75	7,5
-\$ 20.000	0,55	5,5
-\$ 30.000	0,40	4,0
-\$ 50.000	Tidak dipilih	0

Setelah penentuan nilai utilitasnya, kita dapat menyusun ulang tabel keuntungan investasi dengan nilai dari utilitasnya seperti berikut:

Tabel 3. Nilai utilitas keuntungan kondisi pasar pada Swofford, Inc

Alternatif pilihan	Harga kondisi pasar		
	Harga naik	Harga stabil	Harga turun
Investasi A (d1)	9,5	9,0	0,0
Investasi B (d2)	10	5,5	4,0
Tidak Investasi (d3)	7,5	7,5	7,5

Dari tabel tersebut kita dapat menghitung keuntungannya dengan nilai expected utility (EU) dengan rumus seperti berikut:

$$EU(d_i) = \sum_{j=1}^N P(s_j)U_{ij}$$

Hasil perhitungan expected utility pada masing-masing alternatif pilihan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
EU(d_1) &= 0,3(9,5) + 0,5(9,0) + 0,2(0) = 7,35 \\
EU(d_2) &= 0,3(10) + 0,5(5,5) + 0,2(4,0) = 6,55 \\
EU(d_3) &= 0,3(7,5) + 0,5(7,5) + 0,2(7,5) = 7,50
\end{aligned}$$

Dari perhitungan tersebut dapat dilihat bahwa hasil nilai yang paling besar keuntungannya adalah alternatif pilihan d₃ sebesar 7,5.

Apabila hasil ini dibandingkan dengan hasil yang pertama tanpa menggunakan nilai utilitas dapat dilihat sebagai berikut:

Urutan tertinggi	Expected Utility	Expected monetary value
Tidak invest	7,50	\$ 0
Investasi A	7,35	\$ 9000
Investasi B	6,55	-\$ 1000

Kita dapat menentukan asumsi pada masing-masing alternatif pilihan kasus di atas dengan nilai dari perbedaan (*indifferent*) probabilitasnya dibawah 0,5, maka ini disebut dengan keputusan mengambil risiko (*risk taker*). Asumsi perbedaan (*indifferent*) dapat dilihat seperti tabel berikut ini:

Tabel 2. indefferent dan utilitas risk taker pada Swofford, Inc

Nilai Keuntungan	Nilai Indifferent (p)	Nilai Utilitas
\$ 50.000	Tidak dipilih	10
\$ 30.000	0,50	5,0
\$ 20.000	0,40	4,0
\$ 0	0,25	2,5
-\$ 20.000	0,15	1,5
-\$ 30.000	0,10	1,0
-\$ 50.000	Tidak dipilih	0

Setelah penentuan nilai utilitasnya, kita dapat menyusun ulang tabel keuntungan investasi dengan nilai dari utilitasnya seperti berikut:

Tabel 3. Nilai utilitas keuntungan kondisi pasar pada Swofford, Inc

Alternatif pilihan	Harga kondisi pasar		
	Harga naik	Harga stabil	Harga turun
Investasi A (d1)	5,0	4,0	0,0
Investasi B (d2)	10	1,5	1,0
Tidak Investasi (d3)	2,5	2,5	2,5

Dari tabel tersebut kita dapat menghitung keuntungana dengan nilai expected utility (EU) dengan rumus seperti berikut:

$$EU(d_i) = \sum_{j=1}^N P(s_j)U_{ij}$$

Hasil perhitungan expected utility pada masing-masing alternatif pilihan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} EU(d_1) &= 0,3(5,0) + 0,5(4,0) + 0,2(0) = 3,50 \\ EU(d_2) &= 0,3(10) + 0,5(1,5) + 0,2(1,0) = 3,95 \\ EU(d_3) &= 0,3(2,5) + 0,5(2,5) + 0,2(2,5) = 2,50 \end{aligned}$$

Dari perhitungan tersebut dapat dilihat bahwa hasil nilai yang paling besar keuntungannya adalah alternatif pilihan d₂ sebesar 3,95.

Apabila hasil ini dibandingkan dengan hasil yang pertama tanpa menggunakan nilai utilitas dapat dilihat sebagai berikut:

Urutan tertinggi	Expected Utility	Expected monetary value
Investasi B	3,95	-\$ 1000
Investasi A	3,50	\$ 9000
Tidak invest	2,50	\$ 0

II. Game Theory

Dalam teori permainan ada dua atau lebih pengambil keputusan yang disebut pemain, dan mereka bersaing sebagai lawan antara yang satu dengan yang lainnya. Setiap pemain memilih strategi secara mandiri tanpa mengetahui terlebih dahulu strategi pemain lain. Kombinasi dari strategi bersaing memberikan nilai permainan untuk para pemain. Aplikasi teori permainan telah dikembangkan untuk situasi di mana pemain yang bersaing adalah tim, perusahaan, kandidat politik, tentara, dan penawar kontrak.

A. Permainan Strategi Murni (Pure-Strategy Game)

Pada permainan *pure strategy*, strategi optimal pada setiap pemain dengan menggunakan strategi tunggal. Pemain baris mengidentifikasi strategi optimalnya melalui kriteria maksimal dari minimal (maximin) dan pemain kolom dengan kriteria minimal dari maksimal (minimax). Nilai yang dicapai harus merupakan maksimum dari minimax baris dan minimum dari maksimin kolom, titik ini dikenal sebagai titik pelana (saddle point).

Bila nilai minimaks tidak sama dengan nilai maksimin maka permainan tidak dapat dipecahkan dengan strategi murni.

Langkah-langkah penyelesaian:

1. Carilah nilai minimum baris dan maksimum kolom.
2. Dari nilai-nilai minimum setiap baris cari nilai maksimalnya atau disebut nilai maksimin. Sedangkan dari nilai maksimum kolom tentukan satu nilai minimal sebagai nilai minimaks.
3. Bila nilai minimaks sama dengan nilai maksimin, berarti strategi yang paling optimal untuk masing-masing pemain telah ditemukan

Dari contoh soal (dari table sebelumnya), penyelesaian teori permainannya adalah seperti tabel berikut:

Perusahaan A	Perusahaan B			
	b ₁	b ₂	b ₃	Minimum
a ₁	4	3	2	2
a ₂	-1	4	1	-1
a ₃	5	-2	0	-2
Maksimum	5	4	2	

Pilih Minimum dari maksimum (maximin)

Pilih Maksimum dari minimum (minimax)

Dari hasil tabel diatas terlihat bahwa nilai maksimin dan minimaks sama yaitu sebesar 2, sehingga strategi yang optimal untuk A adalah strategi a₁ pada baris dimana terdapat nilai maksimal dari minimal pada kolomnya dan untuk B adalah strategi b₃ strategi dimana terdapat nilai minimal dari maksimal pada barisnya.

B. Permainan Strategi Campur (Mixed-Strategy Game)

Apabila hasil dari strategi nilai maksimum dan nilai minimum tidak sama, maka kita tidak bisa menggunakan strategi murni (*pure strategy game*), tetapi kita dapat menggunakan strategi campuran (*mixed strategy game*). Untuk penyelesaian strategi campuran kita dapat melihat pada contoh berikut ini.

Pada permainan sepak bola yang berhadapan antara tim A dan Tim B dengan mempunyai strategi masing-masing. Strategi pada tim A mempunyai strategi a_1 dan a_2 , sedang tim B memiliki strategi b_1 dan b_2 seperti berikut ini.

Tim A	Tim B			
	b_1	b_2	b_3	Minimum
a_1	0	-1	2	-1
a_2	5	4	-3	-3
a_3	2	3	-4	-4
Maksimum	5	4	2	

Pilih Minimum dari maksimum (maximin)

Pilih Maksimum dari minimum (minimax)

Dari hasil tabel tersebut dapat dilihat bahwa nilai dari minimax dan nilai maximin tidak sama, berarti dalam hal ini tidak dapat dikatakan sama-sama optimal.

Untuk penyelesaian kasus ini kita dapat menggunakan strategi campuran (*mixed strategy game*).

Langkah-langkah dalam strategi campuran dengan jumlah baris dan kolom lebih dari 2 adalah sebagai berikut:

1. Pertahankan strategi baris yang nilainya paling mendominasi terbesar pada baris, sehingga menjadi 2 baris.
2. Pertahankan strategi kolom yang nilainya paling mendominasi terkecil pada kolom, sehingga menjadi 2 kolom.
3. Gunakan persamaan linier untuk mencari nilai dari masing-masing strategi, apabila kedua nilai strategi sudah sama, maka dapat dikatakan optimal.

Penyelesaian pada kasus di atas, dapat dilihat seperti berikut:

Tim A	Tim B			
	b_1	b_2	b_3	Minimum
a_1	0	-1	2	-1
a_2	5	4	-3	-3
a_3	2	3	-4	-4
Maksimum	5	4	2	

Dari tabel tersebut terlihat bahwa strategi a_3 dapat dieliminasi, karena tidak ada nilai yang dominan. Setelah strategi a_3 dieliminasi, maka tampilan tabelnya menjadi berikut:

Tim A	Tim B			
	b ₁	b ₂	b ₃	Minimum
a ₁	0	-1	2	-1
a ₂	5	4	-3	-3
Maksimum	5	4	2	

Dari tabel tersebut terlihat bahwa strategi kolom b₁ dapat dieliminasi, karena tidak ada nilai yang dominan. Setelah kolom b₁ dieliminasi, maka tampilan tabelnya menjadi berikut

Tim A	Tim B	
	b ₂	b ₃
a ₁	-1	2
a ₂	4	-3

Dari tabel di atas kita dapat menggunakan persamaan linier untuk mencari nilai dari strategi dari Tim A dan Tim B seperti berikut:

a. Persamaan Tim A

Jika a₁ = p, maka a₂ = (1 - p)

- EV₁ = -1p + 4(1-p)
- EV₂ = 2p + (-3)(1 - p)

Maka:

$$\begin{aligned}
 -p + 4 - 4p &= 2p - 3 + 3p \\
 4 - 5p &= -3 + 5p \\
 4 + 3 &= 5p + 5p \\
 7 &= 10p \\
 p &= 7/10 \\
 p &= 0,7
 \end{aligned}$$

- EV₁ = -1p + 4(1-p)
- EV₁ = -1(0,7) + 4(1-0,7)
- EV₁ = -0,7 + 4(0,3)
- EV₁ = -0,7 + 1,2
- EV₁ = 0,5

b. Persamaan Tim B

Jika b₂ = q, maka b₃ = (1 - q)

- EV₁ = -1q + 2(1-q)
- EV₂ = 4q + (-3)(1 - q)

Maka:

$$\begin{aligned}
 -q + 2 - 2q &= 4q - 3 + 3q \\
 2 - 3q &= -3 + 7q \\
 2 + 3 &= 3q + 7q \\
 5 &= 10q \\
 q &= 5/10 \\
 q &= 0,5
 \end{aligned}$$

- $EV_1 = -1q + 2(1-q)$
- $EV_1 = -1(0,5) + 2(1-0,5)$
- $EV_1 = -0,5 + 2 - 1$
- $EV_1 = -0,5 + 1$
- $EV_1 = 0,5$

Dari hasil perhitungan persamaan di atas terlihat bahwa nilai dari EV pada Tim A sama dengan EV pada tim B, artinya bahwa strategi pada kedua tim tersebut sudah Optimal.

Daftar Pustaka

Quantitative Methods for Business, Twelfth Edition, Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran, Fry, Ohlmann, 2013, Cengage Learning.