

Time Series Analysis and Forecasting

Kompetensi:

Setelah membaca modul kuliah ini, diharapkan mahasiswa mampu:

1. Memahami konsep analisis data *time series* dan *forecasting*.
2. Memahami metode *Moving average*.
3. Memahami metode *Exponential smoothings*
4. mahami metode *Trend Projection*

I. Konsep Time Series Patterns

Time series merupakan urutan pengamatan pada variabel yang diukur pada titik-titik waktu yang berurutan selama periode waktu tertentu. Pengukuran time series dapat dilakukan dalam setiap jam, hari, minggu, bulan, atau tahun, atau pada kurun waktu interval tertentu.

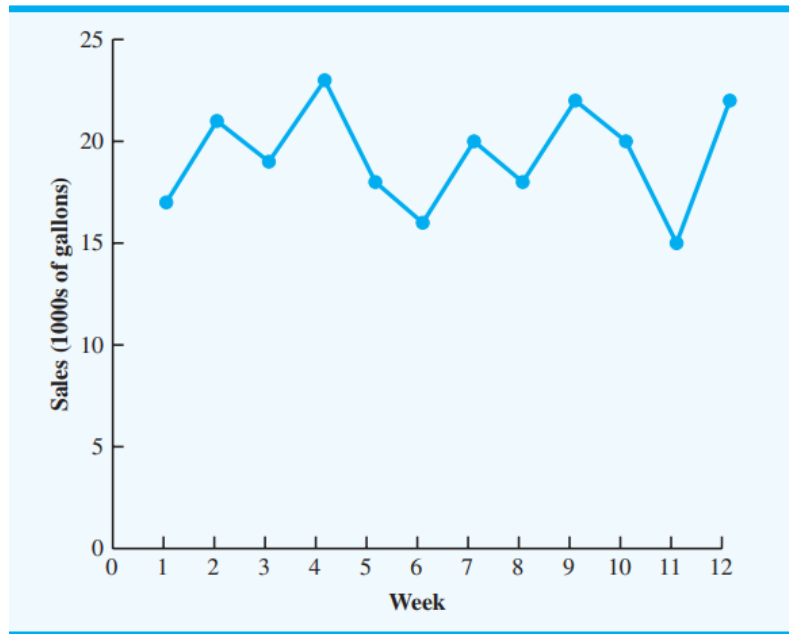
Pola data hasil dari obserpasi merupakan faktor penting dalam memahami bagaimana time series berperilaku di masa lalu. Untuk mengidentifikasi pola data, langkah pertama yang dapat dilakukan adalah dengan menyusun data plot dari time series. Data plot time series adalah gambaran grafis dari hubungan antara waktu yang digambarkan pada sumbu horizontal dengan data pada variabel berdasarkan deret waktu digambarkan pada sumbu vertikal.

Contoh di bawah ini memperlihatkan tabel data penjualan bensin berdasarkan periode waktu mingguan

Week	Sales (1000s of gallons)
1	17
2	21
3	19
4	23
5	18
6	16
7	20
8	18
9	22
10	20
11	15
12	22

Tabel 1. Tabel data penjualan bensin dalam 12 minggu

Tabel di atas dapat digambarkan ke dalam grafik plot seperti gambar berikut:



Gambar 2. Grafik Data Plot

II. Metode Moving average

Metode moving averages dilakukan dengan menggunakan rata-rata nilai data k terbaru dalam time series sebagai prediksi pada periode berikutnya. Rumus yang dapat digunakan seperti berikut:

$$F_{t+1} = \frac{\sum(\text{most recent } k \text{ data values})}{k} = \frac{\sum_{i=t-k+1}^t Y_i}{k}$$

$$= \frac{Y_{t-k+1} + \dots + Y_{t-1} + Y_t}{k}$$

Dimana :

F_{t+1} adalah forecast data time series untuk period $t + 1$

Y_i actual value of the time series in period i

k adalah jumlah periode dari data time series digunakan untuk menentukan prediksinya

Contoh Kasus 1:

Dari data penjualan bensin seperti pada tabel 1, kita dapat memprediksi untuk ke 13 dengan menggunakan metode moving average 3 minggu.

Solusi pada kasus 1 dapat dilakukan seperti berikut:

- Untuk menentukan forecast pada minggu ke 4 kita dapat menghitung rata-rata dari 3 data dari minggu ke 1 sampai ke 3 seperti berikut:

$$F_4 = \text{average of weeks 1 to 3} = \frac{17 + 21 + 19}{3} = 19$$

$$F_5 = \text{average of weeks 2 to 4} = \frac{21 + 19 + 23}{3} = 21$$

Dan seterusnya sampai minggu F_{13}

- Hasil perhitungannya dapat dilihat seperti tabel berikut:

Week	Time Series Value	Forecast	Forecast Error	Absolute Value of Forecast Error	Squared Forecast Error	Percentage Error	Absolute Value of Percentage Error
1	17						
2	21						
3	19						
4	23	19	4	4	16	17.39	17.39
5	18	21	-3	3	9	-16.67	16.67
6	16	20	-4	4	16	-25.00	25.00
7	20	19	1	1	1	5.00	5.00
8	18	18	0	0	0	0.00	0.00
9	22	18	4	4	16	18.18	18.18
10	20	20	0	0	0	0.00	0.00
11	15	20	-5	5	25	-33.33	33.33
12	22	19	3	3	9	13.64	13.64
		Totals	0	24	92	-20.79	129.21

Dari tabel di atas dapat kita cari forecast untuk minggu ke 13 adalah sebagai berikut:

$$F_{13} = \text{average of weeks 10 to 12} = \frac{20 + 15 + 22}{3} = 19$$

Pengukuran Akuras Forecast dapat menggunakan :

- MAE

Dengan rumus:

$$MAE = \frac{\sum_{t=k+1}^n |e_t|}{n - k}$$

- MSE

Dengan Rumus :

$$MSE = \frac{\sum_{t=k+1}^n e_t^2}{n - k}$$

- MAFE

Dengan rumus :

$$MAPE = \frac{\sum_{t=k+1}^n \left| \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) 100 \right|}{n - k}$$

Dari kasus 1 kita dapat menghitung akurasinya sebagai berikut:

$$\text{MAE} = \frac{\sum_{t=4}^{12} |e_t|}{12 - 3} = \frac{24}{9} = 2.67$$

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{t=4}^{12} e_t^2}{12 - 3} = \frac{92}{9} = 10.22$$

$$\text{MAPE} = \frac{\sum_{t=4}^{12} \left| \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) 100 \right|}{12 - 3} = \frac{129.21}{9} = 14.36\%$$

III. Metode *Exponential smoothings*

Metode *Exponential smoothings* adalah metode peramalan atau prediksi data time series dengan menggunakan bobot untuk menentukan forecast datanya. Rumus untuk menggunakan metode ini dapat dilihat seperti berikut:

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) F_t$$

Dimana:

F_{t+1} adalah forecast data time series untuk periode $t + 1$

Y_t adalah data aktual data time series pada periode t

F_t adalah forecast data time series untuk periode t

a adalah konstanta smoothing ($0 \leq a \leq 1$)

Contoh Kasus 2

Dari Contoh kasus 1 penjualan bensin, pemilik ingin mengetahui peramalan datanya, apabila menggunakan metode *Exponential smoothings* dengan $\alpha = 0,2$. Dengan akurasi menggunakan MAE, MSE, dan MAPE.

Solusi pada kasus 2 dapat Hasilnya dapat dilihat seperti berikut:

$$\begin{aligned} F_2 &= \alpha Y_1 + (1 - \alpha) F_1 \\ &= \alpha Y_1 + (1 - \alpha) Y_1 \\ &= Y_1 \end{aligned}$$

- Dari rumus tersebut dapat kita tentukan hasil forecast minggu ke-2 adalah sama dengan nilai pada minggu ke-1 dengan nilainya adalah 17
- Untuk forecast minggu ke-3 dan ke-4 dapat menggunakan rumus di atas, maka hasilnya dapat dilihat pada tampilan berikut:

$$F_3 = 0.2Y_2 + 0.8F_2 = 0.2(21) + 0.8(17) = 17.8$$

$$F_4 = 0.2Y_3 + 0.8F_3 = 0.2(19) + 0.8(17.8) = 18.04$$

- Untuk prediksi forecast minggu ke-13 dengan menggunakan rumus sama, maka hasilnya dapat dilihat pada tampillah berikut:

$$F_{13} = 0.2Y_{12} + 0.8F_{12} = 0.2(22) + 0.8(18.48) = 19.18$$

- Hasil tabel lengkapnya dapat dilihat seperti di bawah ini:

Week	Time Series Value	Forecast	Forecast Error	Squared Forecast Error
1	17			
2	21	17.00	4.00	16.00
3	19	17.80	1.20	1.44
4	23	18.04	4.96	24.60
5	18	19.03	-1.03	1.06
6	16	18.83	-2.83	8.01
7	20	18.26	1.74	3.03
8	18	18.61	-0.61	0.37
9	22	18.49	3.51	12.32
10	20	19.19	0.81	0.66
11	15	19.35	-4.35	18.92
12	22	18.48	3.52	12.39
		Totals	10.92	98.80

Untuk menentukan akurasi dapat menggunakan rumus yang sama dengan metode Moving Average sebelumnya. Akurasi yang baik adalah akurasi yang nilainya paling kecil.

IV. Metode *Trend Projection*

Metode *Trend Projection* adalah metode peramalan atau prediksi data time series dengan menentukan dulu persamaan linearnya untuk menentukan forecast data prediksinya. Persamaan liniernya dapat dilihat seperti berikut:

$$F_t = b_0 + b_1t$$

Dimana :

t adalah waktu per periode

F_t adalah nilai trend forecast untuk periode t

b_0 adalah intercept garis trend

b_1 adalah slope dari garis trend

Rumus untuk mencari b_1 dan b_0 dapat dilihat seperti berikut

$$b_1 = \frac{\sum_{t=1}^n tY_t - \sum_{t=1}^n t \sum_{t=1}^n Y_t / n}{\sum_{t=1}^n t^2 - \left(\sum_{t=1}^n t\right)^2 / n}$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{t}$$

Dimana:

t adalah waktu per periode

Y_t adalah data aktual dari data time series pada periode t

n adalah jumlah periode pada data time series

\bar{Y} adalah rata-rata nilai dari data time series, rumusnya: $\bar{Y} = \sum_{t=1}^n Y_t / n$

\bar{t} adalah rata-rata dari nilai t , rumusnya: $\bar{t} = \sum_{t=1}^n t / n$

Contoh Kasus 3

Seorang pedagang menjual sepeda setiap tahunnya, akan mencari forecast untuk tahun-tahun mendatang dengan menggunakan *Trend Projection*. Data penjualan sepeda dalam 10 tahun terakhir dapat dilihat pada tabel berikut:

Year	Sales (1000s)
1	21.6
2	22.9
3	25.5
4	21.9
5	23.9
6	27.5
7	31.5
8	29.7
9	28.6
10	31.4

Solusi pada kasus 3 dapat Hasilnya dapat dilihat seperti berikut:

- Untuk melengkapi rumus dalam mencari variabel b_1 dan b_0 kita lengkapi dulu masing-masing dari rumus tersebut seperti berikut:

	t	Y_t	tY_t	t^2
	1	21.6	21.6	1
	2	22.9	45.8	4
	3	25.5	76.5	9
	4	21.9	87.6	16
	5	23.9	119.5	25
	6	27.5	165.0	36
	7	31.5	220.5	49
	8	29.7	237.6	64
	9	28.6	257.4	81
	10	31.4	314.0	100
Totals	55	264.5	1545.5	385

- Dari tabel di atas kita dapat menghitung nilai dari :

$$\bar{t} = \frac{55}{10} = 5.5$$

$$\bar{Y} = \frac{264.5}{10} = 26.45$$

$$b_1 = \frac{1545.5 - (55)(26.45)/10}{385 - 55^2/10} = 1.10$$

$$b_0 = 26.45 - 1.10(5.5) = 20.40$$

- Maka kita dapat menuliskan persamaan trend nya seperti berikut:

$$F_t = 20.4 + 1.1t$$

- Dari persamaan linier kita dapat menghitung forecast untuk minggu ke 11 seperti berikut:

$$F_{11} = 20.4 + 1.1(11) = 32.5$$

- Hasil tabel lengkapnya dapat dilihat seperti berikut:

Week	Sales (1000s) Y_t	Forecast F_t	Forecast Error	Squared Forecast Error
1	21.6	21.5	0.1	0.01
2	22.9	22.6	0.3	0.09
3	25.5	23.7	1.8	3.24
4	21.9	24.8	-2.9	8.41
5	23.9	25.9	-2.0	4.00
6	27.5	27.0	0.5	0.25
7	31.5	28.1	3.4	11.56
8	29.7	29.2	0.5	0.25
9	28.6	30.3	-1.7	2.89
10	31.4	31.4	0.0	0.00
			Total	30.70

- Untuk menghitung akurasi dapat kita lihat seperti berikut:

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n} = \frac{30.7}{10} = 3.07$$

- Kelebihan forecast dapat menghitung prediksi untuk hasil prediksi ke dua atau tiga kalinya dari data yang terakhir seperti pada kasus penjualan sepeda ini dapat memprediksi untuk minggu ke 12 dan ke 13 seperti berikut:

$$F_{12} = 20.4 + 1.1(13) = 33.6$$

$$F_{13} = 20.4 + 1.1(14) = 34.7$$

Daftar Pustaka

Quantitative Methods for Business, Twelfth Edition, Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Cochran, Fry, Ohlmann, 2013, Cengage Learning.

